

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2026

PRIMER PARCIAL – 13/02/2022

Apellido y Nombre:.....

Número de documento: .....CURSO:.....

**TEMA 3**

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificadas

**EJERCICIO 1:**

(a) Un veterinario prepara una dieta para sus animales mezclando tres tipos de alimentos: I, II y III. Cada unidad del alimento *I* contiene  $3mg$  de ácido fólico, mientras que los alimentos *II* y *III* contienen  $1mg$  y  $3mg$  respectivamente. Además, cada unidad del alimento *I* contiene  $4mg$  de vitamina B y  $3mg$  de vitamina C; las del *II* contienen  $2mg$  de vitamina C y  $2mg$  de vitamina B y, por último, las del *III* contienen  $4mg$  de vitamina B y  $4mg$  de vitamina C. ¿Cuántas unidades de cada alimento debe contener la mezcla para que pueda administrar, a sus animales, exactamente  $10mg$  de ácido fólico,  $14mg$  de vitamina B y  $13mg$  de vitamina C? (Nota: *mg* significa miligramos)

(b) Dar el conjunto solución de la siguiente inecuación:

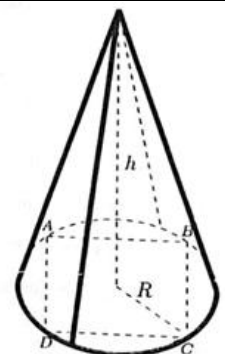
$$|x^2 - 9| < 10$$

**EJERCICIO 2:** Sean los puntos  $A(1; 2)$  y  $B(7; -4)$ . Determinar las coordenadas de la intersección de la mediatriz del segmento  $\overline{AB}$  con el eje de abscisas. (Recordar que la mediatriz de un segmento es la recta perpendicular que pasa por su punto medio)

**EJERCICIO 3:** Determinar para qué valores reales de  $m$  las gráficas de las funciones  $f(x) = x^2 - 2x$  y  $g(x) = m(x - 1) - 2$ , no tienen puntos en común.

**EJERCICIO 4:** Escribir el polinomio  $p(x) = 2x^5 - 10x^3 + 8x$  como producto de polinomios irreducibles con coeficientes reales.

**EJERCICIO 5:** En la base de un cono circular recto cuyo volumen es de  $(40\pi)cm^3$ , se inscribe un cuadrado  $ABCD$  tal como se muestra en la figura de análisis. Sabiendo que la altura  $h$  mide  $7,50\text{ cm}$ , calcular la medida del lado del cuadrado.





1) b) Dar el conjunto solución de la sig. inecuación:

$$|x^2 - 9| > 10$$

$$f_1(x) = x^2 - 9$$

$$f_2(x) = -x^2 + 9$$

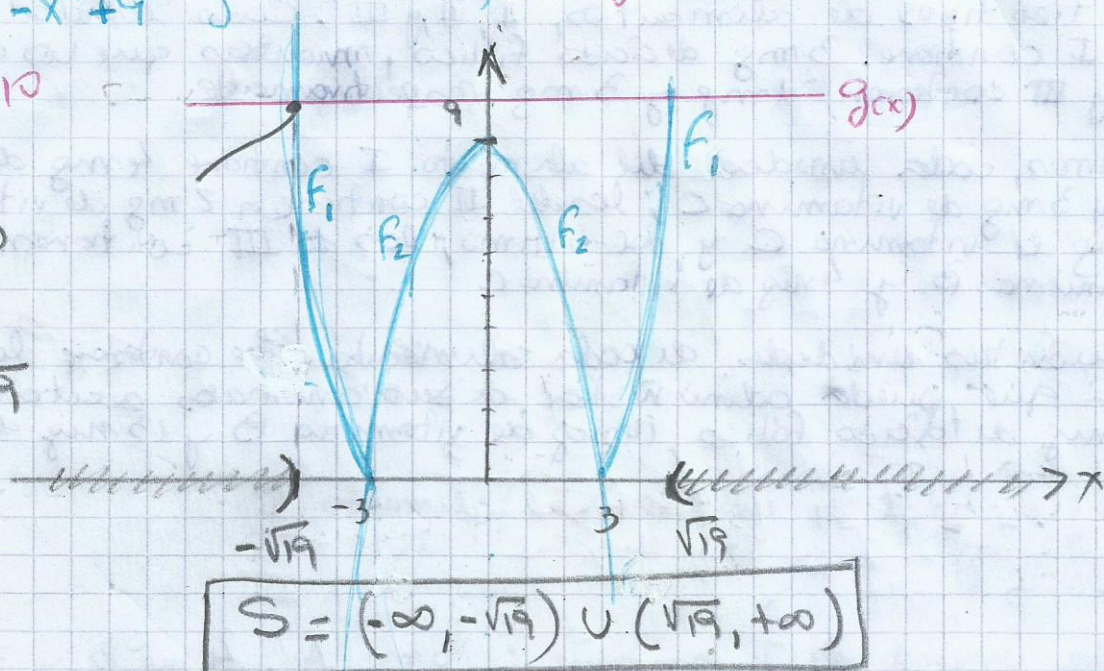
$$g(x) = 10$$

$$\left. \begin{matrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{matrix} \right\} \rightarrow f(x) > g(x)$$

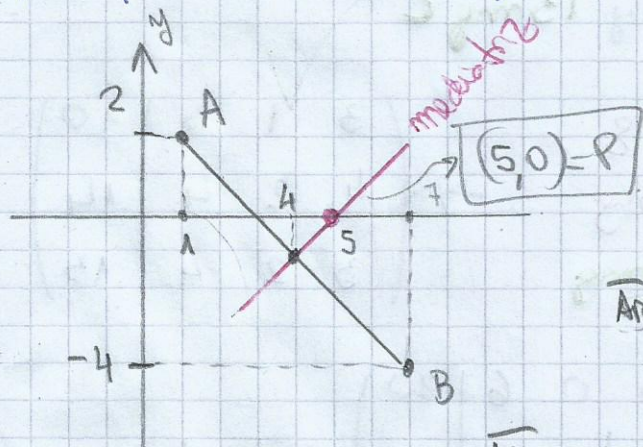
$$x^2 - 9 = 10$$

$$x^2 = 19$$

$$|x| = \sqrt{19}$$



2) Sean los puntos  $A(1; 2)$  y  $B(7; -4)$ . Determinar los coordenados de la intersección de la mediatriz del segmento  $\overline{AB}$  con el eje de abscisas. (la mediatriz de un segmento es la recta perpendicular que pasa por su punto medio)



$$\text{Punto medio} = M = \frac{B+A}{2}$$

$$M = \left( \frac{8, -2}{2} \right) \rightarrow \boxed{M = (4, -1)}$$

$$y = ax + b$$

$$\overline{AB} \rightarrow \left. \begin{matrix} A: 2 = a \cdot 1 + b \\ B: -4 = a \cdot 7 + b \end{matrix} \right\} \rightarrow \left. \begin{matrix} a = -1 \\ b = 3 \end{matrix} \right\}$$

$$\overline{AB}: y = -x + 3$$

$$y_{\perp} = 1x + b \quad \text{pasa por } M$$

$$M: (4, -1) \rightarrow -1 = 4 + b \rightarrow b = -5$$

$$\text{Mediatriz: } y = x - 5$$

$$\text{eje abscisas} \rightarrow y = 0$$

$$\rightarrow 0 = x - 5 \rightarrow x = 5$$

$$\boxed{P = (5, 0)}$$

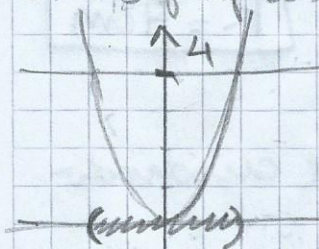
E3) Determinar para que valores reales de  $m$  los gráficos de las funciones  $f(x) = x^2 - 2x$  y  $g(x) = m(x-1) - 2$  tienen puntos en común

$$f(x) \cap g(x) \rightarrow x^2 - 2x = mx - m - 2$$

$$x^2 - 2x - mx + m + 2 = 0$$

$$x^2 + (-2 - m)x + m + 2 = 0$$

Si los gráficos No se intersecan  $\Rightarrow b^2 - 4ac < 0$



$$(-2 - m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 2) < 0$$

$$4 + 4m + m^2 - 4m - 8 < 0$$

$$m^2 < 4$$

$$\rightarrow m = (-2; 2)$$

E4) Escribir el polinomio  $p(x) = 2x^5 - 10x^3 + 8x$  como producto de polinomios irreducibles con coeficientes reales.

$$p(x) = 2x(x^4 - 5x^2 + 4)$$

$\rightarrow$  2 raíces

$$A(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

$$A(1) = 0$$

$x = 1$  es raíz ✓

	$x^4$	$x^3$	$x^2$	$x$	#
	1	0	-5	0	4
1		1	1	-4	-4

$$\rightarrow q(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$$

-1		-1	0	4
1		0	-4	0

$x = -1$  es raíz ✓

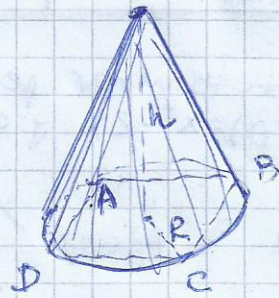
$$r(x) = x^2 - 4$$

$x = 2$  son raíces  
 $x = -2$  son raíces

$$p(x) = 2x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$

**EJ 5** En la base de un cono circular recto cuyo volumen es de  $40\pi \text{ cm}^3$  se inscribe un cuadrado ABCD tal como se muestra en la fig.

Sabiendo que la altura  $h$  mide  $7,5 \text{ cm}$ , calcular la medida del lado del cuadrado.

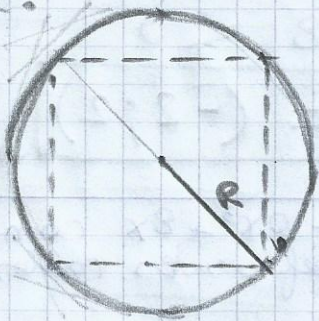


$$\text{Vol cono} = \frac{\text{Base} \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

$$40\pi \text{ cm}^3 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot 7,5 \text{ cm}}{3} \rightarrow \frac{120}{7,5} \text{ cm}^2 = R^2$$

$$\boxed{R = 4 \text{ cm}}$$

Para:



$2R$  es la diagonal del cuadrado

$$\boxed{\text{diag} = 8 \text{ cm}}$$

$$\text{diag}^2 = l^2 + l^2 = 2l^2$$

$$64 \text{ cm}^2 = 2l^2$$

$$32 \text{ cm}^2 = l^2 \rightarrow \boxed{l = 4\sqrt{2} \text{ cm}}$$